

LES CAFÉS RESSOURCES

DES OUTILS, DES INNOVATIONS, DES RECHERCHES

À DISCUTER AUTOUR D'UN CAFÉ



L'ARBRE DES POSSIBLES : QUELLE UTILITÉ PÉDAGOGIQUE ?

Jeudi 16 mars 2017 – 12h45 - 13h15

Paul Henri DELHUMEAU – Enseignant

www.espe.univ-nantes.fr



UNIVERSITÉ DE NANTES

espe École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Nantes

Le problème des visages au cycle 2

Dessin ou schéma

A la recherche des doublons

Nécessité d'une organisation

Preuve qu'il n'y a pas d'autres solutions

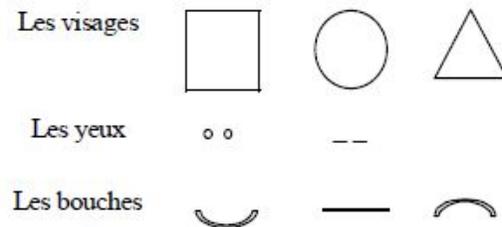
Au cycle 3, l'arbre pour résoudre des problèmes

Le problème des drapeaux, un nouvel outil : l'arbre
Les élèves vont-ils utiliser ce nouvel outil
pour résoudre d'autres problèmes ?

ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES – CYCLE 2

Le problème des visages

On veut trouver tous les visages possibles qu'on peut dessiner avec ces symboles:



Ce problème a été expérimenté durant l'année 2013 dans plusieurs classes de cycle 2 du département de Maine et Loire :

- 2 classes de CP dans une zone rurale.
- 1 classe « ECLAIR » de CP- CE2 urbaine
- 1 classe rurale multi-niveau GS CP CE1

3/Déroulement :**ACTE 1****Scène 1** 12 minutes

Objectif : S'assurer de la conformité des productions

Consigne :

Toto veut dessiner des visages de trois formes : carrées, rondes, triangulaires.
Il va y mettre deux formes d'yeux : ouverts ou fermés.
Et trois formes de bouches : qui rient, qui pleurent, qui ne font rien.

- L'enseignant dessine les éléments au tableau sans induire dans la disposition le moindre soupçon d'organisation, de manière dispersée.
- Dessine sur ta feuille un des visages

Modalités de travail : seulSynthèse 1 :

Elle portera sur la conformité des productions

Validation collective sur :

- ▲ la forme des visages
- ▲ la présence de tous les éléments

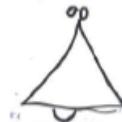
Analyse :

Cette phase permet aux élèves d'entrer dans la résolution en travaillant seul. Les visages sont d'une manière générale conforme.

La validation est à la charge des élèves : l'enseignant interroge les élèves sur la conformité des productions. C'est un moyen pour les faire verbaliser dans le cadre d'une explicitation. Il n'intervient pas dans le cadre de la validation : il distribue la parole, fait préciser les critères, reformule en adoptant le vocabulaire adéquat.

Seules quelques productions ne respectent pas les critères définis : yeux à l'extérieur, par exemple. Le modèle est unanimement rejeté, et ne réapparaîtra pas par la suite. On pourrait penser que la permanence des critères est assurée, ce qui sera à vérifier lors des séances ultérieures.

On peut noter une disposition stéréotypée des figures géométriques, induites par le modèle dessiné par le maître ou l'élève : les triangles sont posés sur leur base, les carrés sur le côté.



Une production jugée non conforme

ACTE 2**Scène 1** : 12 minutes

Objectif : Lever les difficultés inhérentes à la reconnaissance de critères communs

Consigne : Dessine des visages tous différents

Modalités de travail : en binômes

Synthèse 2 :

Elle portera sur les difficultés prévisibles :

- ▲ topologie
- ▲ orientation, taille
- ▲ notions de critères communs

Analyse :

La difficulté prévisible de reconnaissance de doublons sensiblement différents n'est pas apparue. Les élèves reconnaissent comme identiques deux visages présentant trois critères identiques mais n'ayant pas la même apparence.



Malgré leurs différences d'aspect et de taille, ces deux productions sont considérées comme identiques par les élèves. « Ils ont tous les deux un visage rond, des yeux ouverts et une bouche qui ne fait rien : ce sont des doublons. »

A contrario, les élèves de GS peuvent identifier en première intention des doublons qui n'en sont pas : ils ne prennent en compte que deux critères : « Ils ont tous les deux les yeux fermés et le visage carré. »

Scène 2 10 minutes

Objectif: Faire évoluer le problème : de production à optimisation (recherche de toutes les solutions possibles)

Consigne :

Comptez vos productions.

Certains travaux montrent plus de visages.

Est-il possible d'en faire plus encore ?

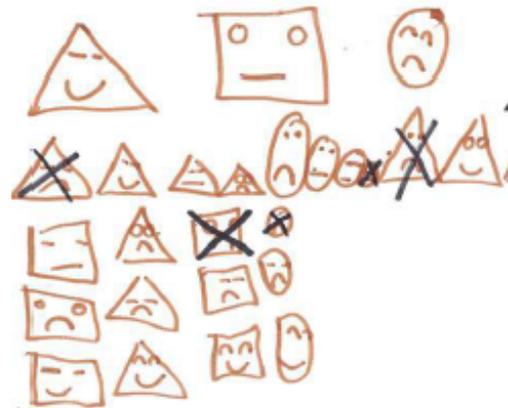
Attention à ne pas refaire deux fois le même visage.

Modalités de travail : en binômes

Analyse :

La consigne n'indique aucune obligation de s'organiser : c'est un choix pédagogique. Elle précise seulement qu'il ne faut pas produire de doublons. Malgré cela, il y a bien apparition de doublons : c'est ce constat qui permettra de faire émerger la nécessité d'une organisation.

Il n'existe pas non plus d'organisation apparente, sauf pour un élève de CP.



**Ébauche d'organisation : l'élève semble s'organiser de proche en proche*

ACTE 3

Scène 1

Objectif : Faire surgir la nécessité d'une organisation

Consigne :

Qu'avons-nous fait la dernière fois ?

Comment pourrait-on faire pour éviter les doublons et les trouver tous ?

Modalités de travail : en grand groupe

Analyse :

L'enseignant fait constater les différences en nombre de productions et la présence de doublons.

Une solution émerge :

« On va commencer par faire tout ce qu'on peut faire comme visage de triangles, après les carrés, les ronds. On fait chacun son tour. »

On peut remarquer que deux niveaux d'organisations sont évoqués : l'organisation du groupe et l'organisation propre à la résolution.

Scène 2

Objectif : recherches organisées, validation ou invalidation des procédures d'organisation, argumentation orale

Consigne :

Dessinez tous les visages, sans faire de doublons.

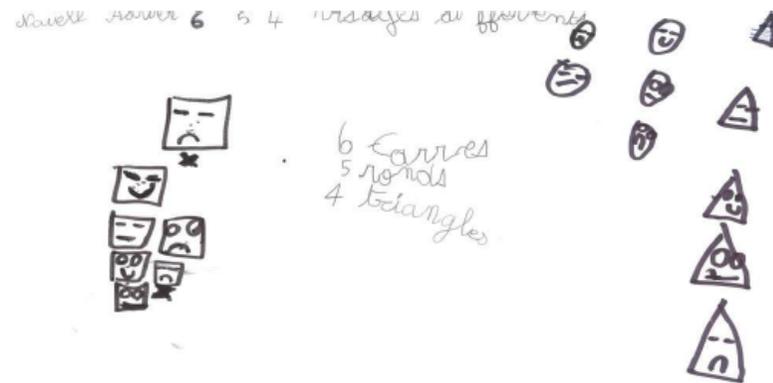
Modalités de travail : en binômes

Analyse :

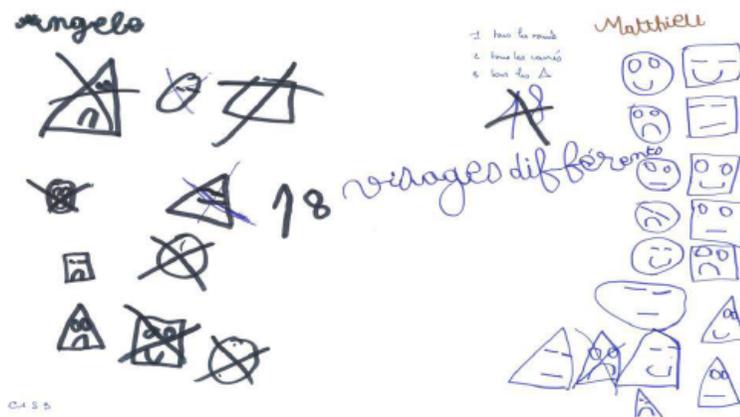
Plusieurs niveaux d'organisation apparaissent :

Organisation par forme de visage, un élève dessine les carrés, l'autre les ronds et les triangles.

Cette organisation n'empêche pas les doublons et les oublis.



Un élève (Matthieu) commence son énumération organisée : les ronds, les carrés puis les triangles. Son binôme complète les oublis, barre les doublons. La recherche est réussie.



Un seul élève est chargé d'écrire. Une organisation spatiale et logique apparaît. La recherche est réussie.



ACTE 4

Objectif : faire émerger les procédures pertinentes

Consigne : Comment êtes-vous sûrs que tous les visages sont là, que vous n'en n'avez pas oublié, qu'il n'y en a pas deux identiques ?

Modalités de travail : en grand groupe

Analyse :

Des erreurs persistent. Certains groupes ébauchent une organisation qui n'aboutit pas car l'algorithme n'est pas régulier ou reproduit à l'identique.

Les explications données par les groupes qui ont réussi portent sur une partie seulement de l'organisation, considérant un critère à la fois :

M: - Comment peut-on être sûr d'avoir fait tous les carrés ?

E: - Parce qu'on a fait les trois façons de faire les yeux ouverts.

M: - Peux-tu expliquer tes trois façons de faire les yeux ouverts avec des carrés ?

E: - On met la bouche fermée, la bouche qui rit et la bouche qui pleure avec les yeux ouverts.

L'organisation globale n'est pas décrite. L'étayage du maître a consisté à considérer une partie simplement de l'énumération, en demandant des explications sur les visages carrés dans un premier temps.

4/ évaluation

Aucune activité d'évaluation n'a été proposée. Il semblerait pertinent d'évaluer :

- le transfert des compétences dans d'autres situations
- la capacité de l'élève à utiliser une autre procédure que la sienne

ORGANISATION DES DONNÉES POUR RESOUDRE UN PROBLEME. EXPERIMENTATION AU CYCLE 3.

Acte 1 : les drapeaux

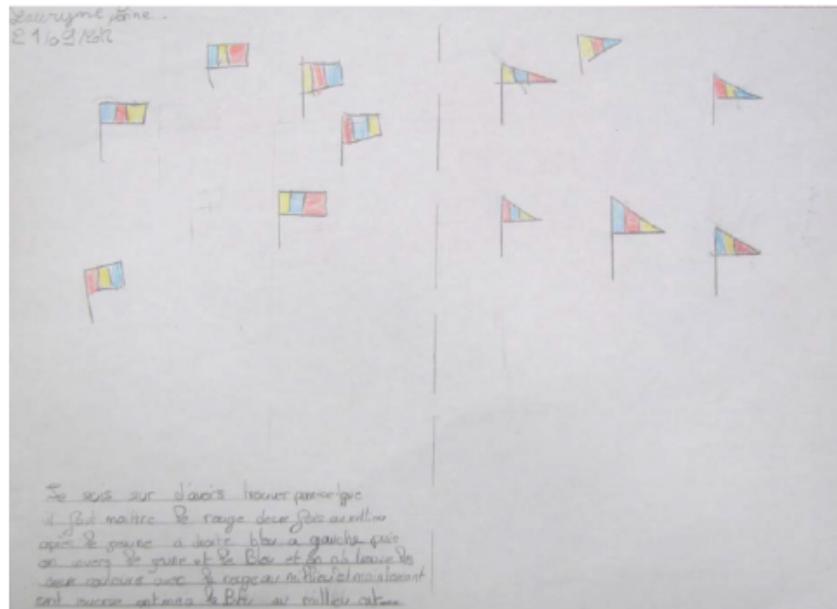
2 formes : rectangulaire, triangulaire

3 couleurs : rouge, jaune, bleu (l'ordre des couleurs a une importance)

Phase 1 : Trouver des drapeaux différents : identification des doublons

Phase 2 : Optimisation : trouver le plus de solutions différentes

Phase 3 : Preuve : prouver qu'il n'y a pas d'autres solutions



« Je suis sûr d'avoir trouvé parce qu'il faut mettre le rouge deux fois au milieu, après le jaune à droite, bleu à gauche, puis on inverse le jaune et le bleu et on a trouvé les deux couleurs avec le rouge au milieu et maintenant on inverse, on met le bleu au milieu ».

Expérimentation dans une classe de CM2

Une majorité d'élèves (78,5%) obtient la bonne réponse dès la première séance, il n'y a pas de doublons.

Pour les groupes qui ont obtenu une réponse correcte, une large majorité (90,9 %) a une organisation correcte.

Tous les groupes qui ont une réponse et une organisation correcte sont en mesure de justifier et d'argumenter sur le fait qu'il n'y a pas d'autres solutions, les arguments sont :

- Il y a les triangles et les rectangles ;
- Concernant les couleurs, nous avons recensé : inverser – alterner – échanger – tourner ;
- Il faut fixer la première couleur, celle du milieu ou bien la dernière couleur.

Les arguments reposent donc sur la qualité de l'organisation, pour les élèves, la façon dont les solutions sont organisées garantit qu'il n'y a pas d'autres solutions possibles.

Nécessité d'une organisation : Quand apparaît-elle dans la résolution du problème ?

Pas en début de problème, pour certains groupes, il y a des doublons.

Pas non plus lors de la phase d'optimisation, on peut dessiner un grand nombre de drapeaux (en évitant des doublons), confronter le résultat avec les autres élèves, compléter alors avec les drapeaux manquants, nous sommes pratiquement certains d'avoir la collection complète sans pour autant avoir recours à une organisation.

Lorsque nous demandons une preuve :

Il faut alors pour justifier qu'aucune autre solution n'est possible, montrer que toutes les solutions sont bien là et que la qualité de notre organisation est garante de cela.

Acte 2 : l'arbre

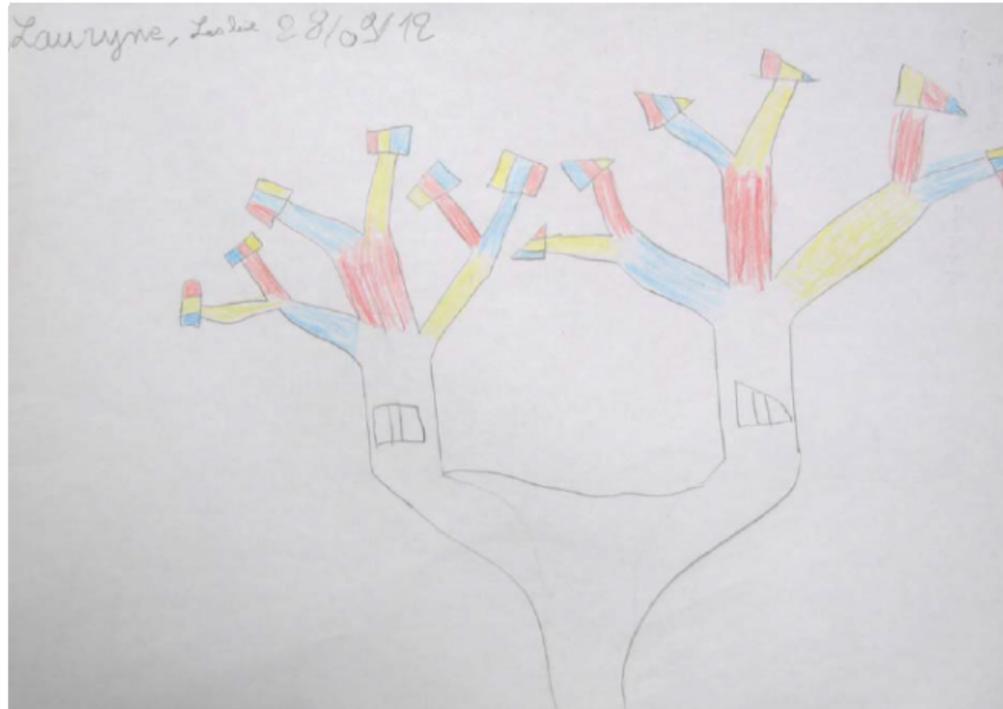
Situation 1 : l'arbre avec un tronc, trois branches puis deux branches puis trois branches, au bout des pommes. Combien de pommes ?

Trois erreurs probablement dues à une consigne qu'il faudrait préciser : trois grosses branches, de chaque grosse branche partent deux moyennes branches, de chaque moyenne branche, partent trois petites branches, au bout de chaque petite branche : une pomme.

Situation 2 : utilisation de l'arbre pour résoudre le problème des drapeaux

Certains binômes représentent uniquement les couleurs mais ne tiennent pas compte de la forme (triangle ou rectangle).

Une majorité d'élèves (78,5 %) utilisent correctement l'arbre pour résoudre ce problème.

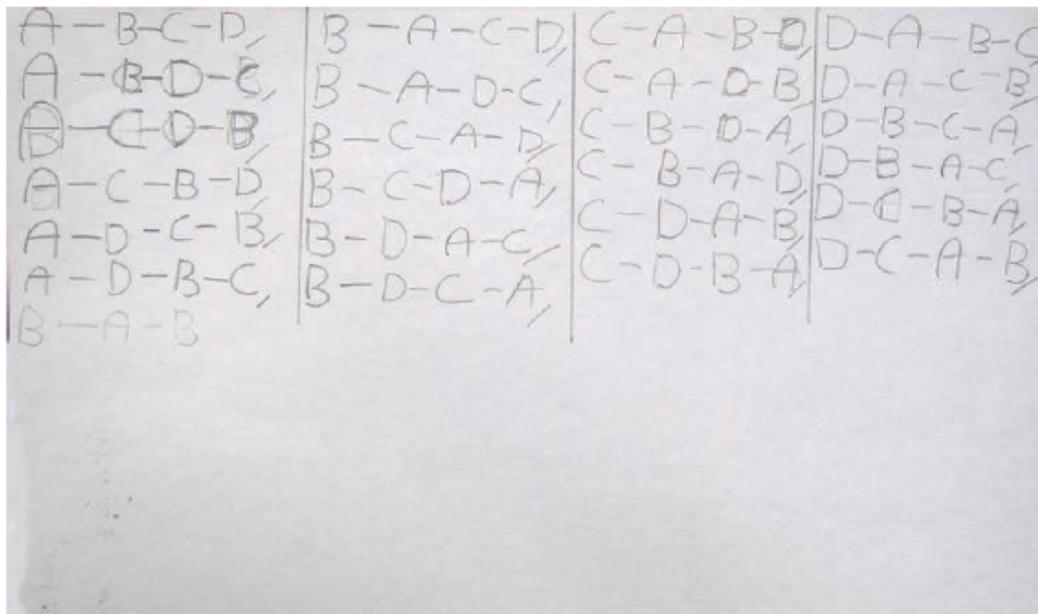


Situation 3 : les lettres : quatre lettres A, B, C, D (ou R, O, S, E), il faut obtenir toutes les combinaisons possibles.

Lorsque la recherche est organisée (92,8 %), 50 % des groupes utilisent l'arbre, 50 % utilisent une énumération organisée.

Tous les groupes ayant effectué une recherche organisée sont en mesure de formuler une preuve, cette preuve repose dans la majorité des cas sur le type d'organisation (arbre ou bien énumération organisée).

Certains groupes utilisent le calcul (6 multiplié par 4) pour déterminer le résultat.



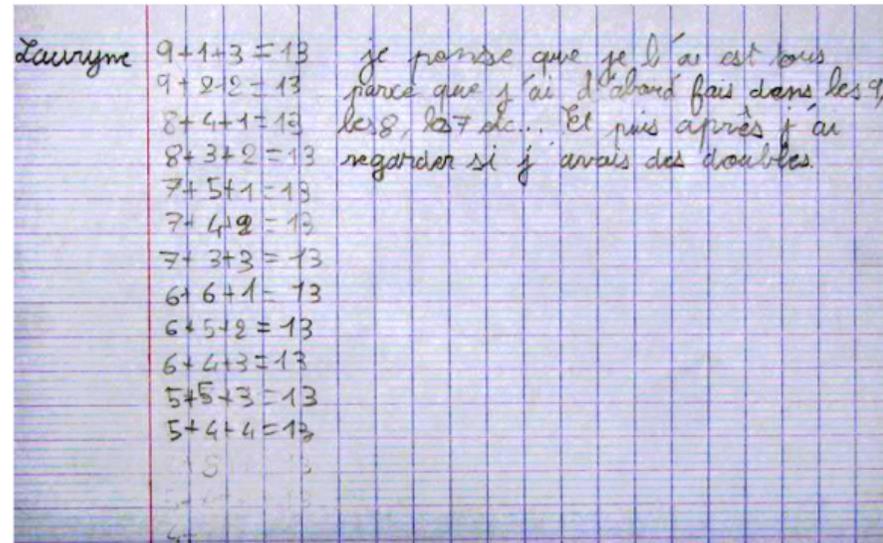
Le problème de ROSE :
 Avec les quatre lettres R, O, S, E,
 combien de mots de 1, 2, 3 ou 4 lettres peut-on écrire ?
 (Chaque lettre utilisée une fois maximum)

Membres du groupe			
Alice	Guillaume	David	

1	2	3	4
R	RO RE RS	ROS ROE RSO RGE REO RES	ROSE ROES RSOE RSEO REOS RESO
O	OR OE OS	ORS ORE OSR OSE OER OES	OSER OSRE ORES ORSE OESR OERS
S	SO SE SR	SOE SOR SRO SRE SER SED	SEOR SERO SOER SORE SREO SROE
E	ER EO ES	ESO ESR ERS ERO EOR EOS	ESOR ESRO ERSO EROS EORS EOSR

Acte 3 : le nombre 13

Obtenir 13 comme somme de trois nombres différents compris entre 1 et 9
L'ordre n'a pas d'importance : 3, 4, 6 et 6, 4, 3 sont une même solution.



« Je pense que je les ai tous parce j'ai d'abord fais dans les 9, les 8, les 7, et puis après, j'ai regardé si j'avais des doublons ».

La consigne « trois nombre différents » n'est pas respectée mais l'organisation est correcte : Premier nombre dans l'ordre décroissant.

Deuxième nombre dans l'ordre croissant pour 9, puis décroissant pour les autres.

La justification est incomplète, elle ne porte que sur le premier nombre.

Une majorité de groupes obtient une bonne réponse (71,25 %).

Aucun groupe n'utilise l'arbre, toutes les recherches se font sous forme d'énumération organisée.

Évolution de l'utilisation de l'arbre

Acte 2 sit 2 : les drapeaux	78,5 %
Acte 2 sit 3 : les lettres	50%
Acte 3 : le jeu du 13	0 %

L'arbre en CE2, c'est possible ...

A partir d'un article de Suzanne BURNIER « A la découverte des arbres »
(Grand N n° 13 . p 41-44)

Après avoir fait quelques exercices de combinatoire, l'enseignante souhaite amener les élèves à élaborer un arbre.

Un dessin (voir production 1) représente le plan d'un quartier, les traits les rues dans lesquelles on peut se déplacer, les lettres A C D I N V représentent les maisons d'Amina, de Catherine, de Danielle, d'Isabelle, de Nathalie et de Valérie.

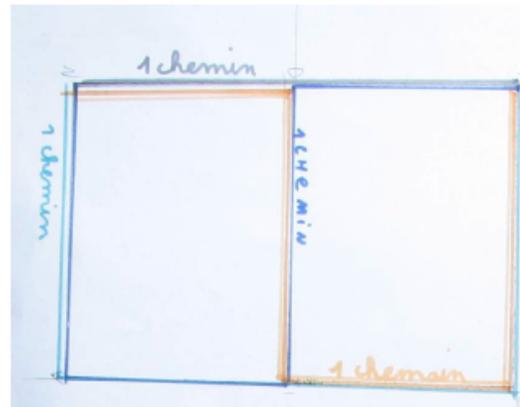
Amina veut rendre visite à Nathalie.

Il s'agit de trouver tous les chemins qu'elle peut emprunter.

Nous avons testé cette situation dans une classe de CE2

Phase 1 : les élèves tracent dans un premier temps les chemins sur le plan
L'enseignant fait remarquer que le plan devient illisible.

Phase 2 : Certains élèves recensent toutes les possibilités par une énumération organisée, ils utilisent des flèches.



A → D → N est un chemin valide.

Autres chemins possibles :

A → C → I → D → N /

A → C → I → V → N /

A → D → N /

A → D → I → V → N /

A → C → I → V

A-C-I-D-N

A-C-I-V-N

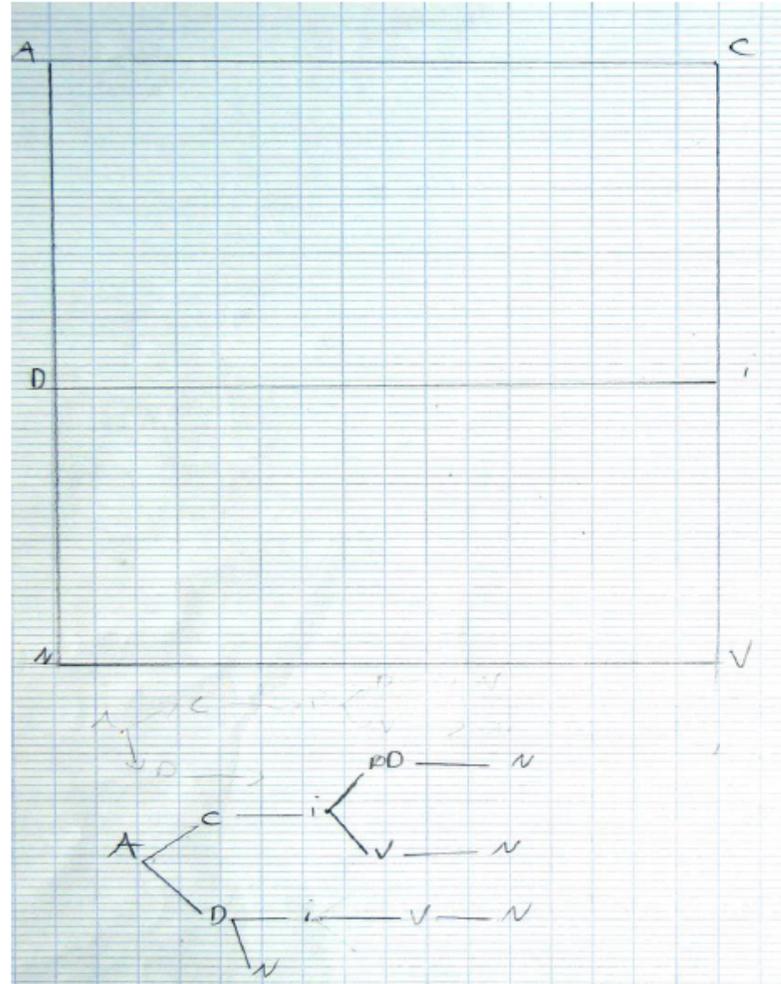
A-D-N

A-D-I-V-N

Phase 3 : Certains élèves utilisent l'arbre

Suzanne BRUNIER note que les élèves continuent en CM1 puis en CM2 à utiliser l'arbre en Mathématiques et dans d'autres disciplines.

Production 1



Ressources en ligne :
sur le site : www.espe.univ-nantes.fr

Prochaine rencontre Mardi 4 avril – 12h45 > 13h15

Les ateliers de philosophie à l'école pour apprendre à penser et à débattre.

Paul Henri DELHUMEAU

